Нарушение глобальной U(1) симметрии

Журавлев Юрий

24.04.2020

Повторение

В теории скалярного поля с Z_2-симметрией:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi\right)^2 - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \tag{1}$$

Повторение

В теории скалярного поля с Z_2-симметрией:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \varphi\right)^2 - \frac{m^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4 \tag{1}$$

В зависимости от знака m^2 могут быть разные вакуумы (конфигурация минимизируящая энергию):

- $m^2 \geq 0$

Повторение

В теории скалярного поля с Z_2-симметрией:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi\right)^2 - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \tag{1}$$

В зависимости от знака m^2 могут быть разные вакуумы (конфигурация минимизируящая энергию):

- $m^2 \geq 0 \Rightarrow \varphi = 0$

Повторение

В теории скалярного поля с Z_2-симметрией:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi\right)^2 - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \qquad (1)$$

В зависимости от знака m^2 могут быть разные вакуумы (конфигурация минимизируящая энергию):

- $m^2 \geq 0 \Rightarrow \varphi = 0$
- $m^2 < 0$

Повторение

В теории скалярного поля с Z_2-симметрией:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi\right)^2 - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \tag{1}$$

В зависимости от знака m^2 могут быть разные вакуумы (конфигурация минимизируящая энергию):

- $m^2 \geq 0 \Rightarrow \varphi = 0$
- $m^2 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm\varphi_0, \qquad \varphi_0 = \frac{|m|}{\sqrt{\lambda}}$

Во втором случае вакуум не симметричен, относительно Z_2

Повторение

Рассматривая возмущения около вакуума, нарушающего симметрию:

$$\varphi(x) = \varphi_0 + \chi(x) \tag{2}$$

Повторение

Рассматривая возмущения около вакуума, нарушающего симметрию:

$$\varphi(x) = \varphi_0 + \chi(x) \tag{2}$$

$$\mathcal{L}_\chi = \frac{1}{2}(\partial_\alpha \chi)^2 - \mu^2\chi^2 - \sqrt{\lambda}\mu\chi^3 - \frac{\lambda}{4}\chi^4, \qquad \mu = |m| \tag{3}$$

Получаем лагранжиан для возмущения, который не инвариантен относительно Z_2.

Повторение

Рассматривая возмущения около вакуума, нарушающего симметрию:

$$\varphi(x) = \varphi_0 + \chi(x) \tag{2}$$

$$\mathcal{L}_\chi = \frac{1}{2}\left(\partial_\alpha \chi\right)^2 - \mu^2\chi^2 - \sqrt{\lambda}\mu\chi^3 - \frac{\lambda}{4}\chi^4, \qquad \mu = |m| \tag{3}$$

Получаем лагранжиан для возмущения, который не инвариантен относительно Z_2.

В память о былой симметрии остались соотношения на константы взаимодействия.

Комплексное скалярное поле

Рассмотрим теорию комплексного скалярного поля:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\mu \varphi - m^2 \varphi^* \varphi - \lambda \left(\varphi^* \varphi\right)^2 - c \tag{4}$$

Комплексное скалярное поле

Рассмотрим теорию комплексного скалярного поля:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\mu \varphi - m^2 \varphi^* \varphi - \lambda \left(\varphi^* \varphi\right)^2 - c \tag{4}$$

Данная теория имеет $U(1)$ симметрию:

$$\varphi(x) \to e^{i\alpha} \varphi(x), \qquad \varphi^*(x) \to e^{-i\alpha} \varphi^*(x) \tag{5}$$

Комплексное скалярное поле

Рассмотрим теорию комплексного скалярного поля:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\mu \varphi - m^2 \varphi^* \varphi - \lambda \left(\varphi^* \varphi\right)^2 - c \tag{4}$$

Данная теория имеет $U(1)$ симметрию:

$$\varphi(x) \to e^{i\alpha}\varphi(x), \qquad \varphi^*(x) \to e^{-i\alpha}\varphi^*(x) \tag{5}$$

Стоит отметить, что данную теорию ещё могут переписывать в других координатах:

- $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(\varphi_1(x) + i\varphi_2(x)\Big)$

Комплексное скалярное поле

Рассмотрим теорию комплексного скалярного поля:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\mu \varphi - m^2 \varphi^* \varphi - \lambda \left(\varphi^* \varphi\right)^2 - c \qquad (4)$$

Данная теория имеет $U(1)$ симметрию:

$$\varphi(x) \to e^{i\alpha} \varphi(x), \qquad \varphi^*(x) \to e^{-i\alpha} \varphi^*(x) \qquad (5)$$

Стоит отметить, что данную теорию ещё могут переписывать в других координатах:

- $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big(\varphi_1(x) + i \varphi_2(x) \Big)$
- $\varphi(x) = \rho(x) e^{i\theta(x)}$

Поиск вакуума

Найдем энергию поля:

Поиск вакуума

Найдем энергию поля:

$$E = \int d^3x \left(\partial_0 \varphi^* \partial_0 \varphi + \partial_i \varphi^* \partial_i \varphi + m^2 \varphi^* \varphi + \lambda \left(\varphi^* \varphi \right)^2 + c \right) \quad (6)$$

Поиск вакуума

Найдем энергию поля:

$$E = \int d^3x \left(\partial_0 \varphi^* \partial_0 \varphi + \partial_i \varphi^* \partial_i \varphi + m^2 \varphi^* \varphi + \lambda \left(\varphi^* \varphi \right)^2 + c \right) \quad (6)$$

и поищем конфигурации поля, которые минимизируют данный функционал.

Поиск вакуума

Найдем энергию поля:

$$E = \int d^3x \left(\partial_0 \varphi^* \partial_0 \varphi + \partial_i \varphi^* \partial_i \varphi + m^2 \varphi^* \varphi + \lambda \left(\varphi^* \varphi \right)^2 + c \right) \quad (6)$$

и поищем конфигурации поля, которые минимизируют данный функционал. Поскольку слагаемые с производными дают положительный вклад, то вакуум будет константой:

$$\partial_0 \varphi_{vac} = 0, \qquad \partial_i \varphi_{vac} = 0, \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_{vac} = \text{const} \qquad (7)$$

Поиск вакуума

Найдем энергию поля:

$$E = \int d^3x \left(\partial_0 \varphi^* \partial_0 \varphi + \partial_i \varphi^* \partial_i \varphi + m^2 \varphi^* \varphi + \lambda \left(\varphi^* \varphi \right)^2 + c \right) \quad (6)$$

и поищем конфигурации поля, которые минимизируют данный функционал. Поскольку слагаемые с производными дают положительный вклад, то вакуум будет константой:

$$\partial_0 \varphi_{vac} = 0, \qquad \partial_i \varphi_{vac} = 0, \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_{vac} = \text{const} \qquad (7)$$

В зависимости от знака m^2 получаем:

Поиск вакуума

Найдем энергию поля:

$$E = \int d^3x \left(\partial_0\varphi^* \partial_0\varphi + \partial_i\varphi^* \partial_i\varphi + m^2\varphi^*\varphi + \lambda\left(\varphi^*\varphi\right)^2 + c \right) \quad (6)$$

и поищем конфигурации поля, которые минимизируют данный функционал. Поскольку слагаемые с производными дают положительный вклад, то вакуум будет константой:

$$\partial_0\varphi_{vac} = 0, \qquad \partial_i\varphi_{vac} = 0, \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_{vac} = \text{const} \qquad (7)$$

В зависимости от знака m^2 получаем:

- $m^2 > 0 \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_{vac} = 0$
- $m^2 < 0 \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_{vac}(\alpha) = e^{i\alpha}\frac{|m|}{\sqrt{2\lambda}}$

Поиск вакуума

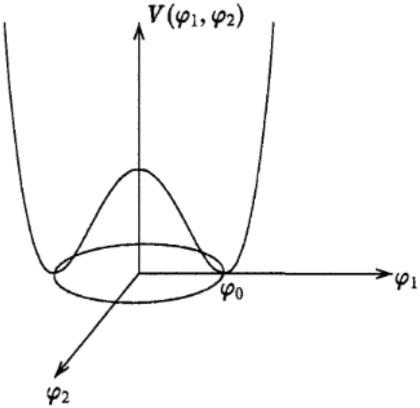

Рис.: $V(x) = -|m^2|x^2 + \lambda x^4, \qquad x = \sqrt{\frac{\varphi_1^2+\varphi_2^2}{2}}, \qquad \varphi_0 = \frac{|m|}{\sqrt{\lambda}}$

Возмущения около вакуума

Рассмотрим как устроена динамика возмущений около вакуума: $\varphi = \frac{|m|}{\sqrt{2\lambda}} = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}}$.

Возмущения около вакуума

Рассмотрим как устроена динамика возмущений около вакуума: $\varphi = \frac{|m|}{\sqrt{2\lambda}} = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}}$. Для этого представим поле в виде:

$$\varphi_1(x) = \varphi_0 + \xi(x), \qquad \varphi_2 = \theta(x) \tag{8}$$

Возмущения около вакуума

Рассмотрим как устроена динамика возмущений около вакуума: $\varphi = \frac{|m|}{\sqrt{2\lambda}} = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}}$. Для этого представим поле в виде:

$$\varphi_1(x) = \varphi_0 + \xi(x), \qquad \varphi_2 = \theta(x) \tag{8}$$

Получаем такой лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + \frac{1}{2}\partial_\mu \theta \partial^\mu \theta - \mu^2 \xi^2 - V^{(3)} - V^{(4)} \tag{9}$$

Возмущения около вакуума

Рассмотрим как устроена динамика возмущений около вакуума: $\varphi = \frac{|m|}{\sqrt{2\lambda}} = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}}$. Для этого представим поле в виде:

$$\varphi_1(x) = \varphi_0 + \xi(x), \qquad \varphi_2 = \theta(x) \tag{8}$$

Получаем такой лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi + \frac{1}{2}\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta - \mu^2\xi^2 - V^{(3)} - V^{(4)} \tag{9}$$

$$V^{(3)} = \sqrt{\lambda}\mu\theta^2\xi + \sqrt{\lambda}\mu\xi^3, \qquad V^{(4)} = \frac{\lambda}{4}\theta^4 + \frac{\lambda}{2}\theta^2\xi^2 + \frac{\lambda}{4}\xi^4 \tag{10}$$

Возмущения около вакуума

Рассмотрим как устроена динамика возмущений около вакуума: $\varphi = \frac{|m|}{\sqrt{2\lambda}} = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}}$. Для этого представим поле в виде:

$$\varphi_1(x) = \varphi_0 + \xi(x), \qquad \varphi_2 = \theta(x) \tag{8}$$

Получаем такой лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi + \frac{1}{2}\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta - \mu^2\xi^2 - V^{(3)} - V^{(4)} \tag{9}$$

$$V^{(3)} = \sqrt{\lambda}\mu\theta^2\xi + \sqrt{\lambda}\mu\xi^3, \qquad V^{(4)} = \frac{\lambda}{4}\theta^4 + \frac{\lambda}{2}\theta^2\xi^2 + \frac{\lambda}{4}\xi^4 \tag{10}$$

Поле θ оказалось безмассовым - его называют Намбу - Голдстоуновским бозоном

Намбу-Голдстоуновский бозон

Появление безмассового бозона легче увидеть в полярных координатах:

$$\varphi(x) = \rho(x) e^{i\alpha(x)}. \tag{11}$$

Намбу-Голдстоуновский бозон

Появление безмассового бозона легче увидеть в полярных координатах:

$$\varphi(x) = \rho(x) e^{i\alpha(x)}. \tag{11}$$

Допустим мы хотим раскладываться вокруг действительного вакуума:

$$\rho_{vac} = \frac{\mu}{\sqrt{2\lambda}}, \qquad \alpha_{vac} = 0 \tag{12}$$

Намбу-Голдстоуновский бозон

Появление безмассового бозона легче увидеть в полярных координатах:

$$\varphi(x) = \rho(x) e^{i\alpha(x)}. \tag{11}$$

Допустим мы хотим раскладываться вокруг действительного вакуума:

$$\rho_{vac} = \frac{\mu}{\sqrt{2\lambda}}, \qquad \alpha_{vac} = 0 \tag{12}$$

Разложение по α обязано содержать $\partial_\mu \alpha$ поскольку у Лагранжиана имеется глобальная $U(1)$ симметрия.

Намбу-Голдстоуновский бозон

Появление безмассового бозона легче увидеть в полярных координатах:

$$\varphi(x) = \rho(x) e^{i\alpha(x)}. \tag{11}$$

Допустим мы хотим раскладываться вокруг действительного вакуума:

$$\rho_{vac} = \frac{\mu}{\sqrt{2\lambda}}, \qquad \alpha_{vac} = 0 \tag{12}$$

Разложение по α обязано содержать $\partial_\mu \alpha$ поскольку у Лагранжиана имеется глобальная $U(1)$ симметрия. Поэтому поле $\alpha(x)$ будет безмассовым:

$$\mathcal{L} = \partial^\mu \rho \partial_\mu \rho + \rho^2 \partial^\mu \alpha \partial_\mu \alpha - V(\rho) \tag{13}$$

Примеры из жизни

- акустические фононы в твердом теле (звук)
- магноны в магнетике (спиновые волны)
- π-мезоны (переносчики ядерных взаимодействий)

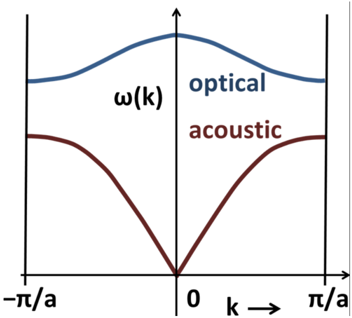

Рис.: Спектр фононов в твердом теле

Спасибо за внимание

Конец!