Додаткові розділи теорії конденсованого стану та фізика графена

спецкурс для студентів 1 курсу магістрів КТП

Сучасні методи квантової теорії поля в фізиці твердого тіла

спецкурс для студентів 2 курсу магістрів КТП

(версія 2022 р. russian WAR against UKRAINE)

Лектор Сергій Шарапов
(докт. фіз.-мат. наук, старший дослідник, завідувач лабораторії ІТФ НАН України)

План спецкурсу.

I. Функції відгуку у фізиці конденсованого стану. (Chapter 7 of [2].)

1. Основні експериментальні методи дослідження конденсованих середовищ.
   Три класи експериментальних методів: термодинамічні експерименти, транспортні експерименти, спектроскопічні експерименти. Сканувальна тунельна спектроскопія. (Chapter 7.1 of [2].)

2. Теорія лінійного відгуку I, загальні принципи. (Chapter 7.2 of [2].)

   (a) Основні поняття: причинність, наслідки незалежності від часу гамільтоніану системи, лінійність, відгук трансляційно інваріантних систем.

   (b) Мікроскопічна теорія відгуку. Загальний вираз кореляційної функції. Розгляд за допомогою функціонального інтегрування.

3. Теорія лінійного відгуку II. Загальна теорія. (Chapter 3.2 of [3].)

   (a) Функції відгуку. Операторний формалізм. (Chapter 3.2.1 of [3].)

   (b) Періодичне збурення. (Chapter 3.2.2 of [3].)

   (c) Спектральне представлення Лемана для запізнювальної функції відгуку. (Chapter 3.2.3 of [3].)

   (d) Симетрія та співвідношення взаємності для функції відгуку. (Chapter 3.2.4 of [3].)

   (e) Походження дисипації. (Chapter 3.2.5 of [3].)

   (f) Залежні від часу кореляції та флуктуативно-дисипативна теорема. (Chapter 3.2.6 of [3].)

   (g) Аналітичні властивості (співвідношення Крамерса-Кроніга) та колективні моди. (Chapter 3.2.7 of [3].)

(h) Правила сум. (Chapter 3.2.8 of [3].) Спектральна функція асоційована з одночастинковою функцією Гріна та правило сум для неї. (Розділ 7.3.1 з [2].)

(i) **(–)** Теорема про жорсткість (stiffness teorem) (без доведення). (Chapter 3.2.9 of [3].) [1]

(j) **(–)** Нерівність Боголюбова. (Chapter 3.2.10 of [3].)

(k) **(–)** Функція відгуку густина-густина та правило сум для неї. (Chapter 3.3.1 and 3.3.3 of [3].)

4. Конкретні приклади обчислення функцій лінійного відгуку.

   (a) Спектральне представлення температурної функції Гріна та зв'язок між нею та запізнюючою і випереджаючою функціями Гріна. Теорема про аналітичне продовження. (Розв'язання задачі 40a з задачника Левітова, див. також початок Розділу 7.3 з [2].)

   (b) Функції відгуку для густини, спінової густини, струму та теплового струму. Приклад обрахування функції спінового відгуку. (Розділ 10.5 [5].) Спектроскопія. (Розділ 10.6 [5].)

   (c) Тунельна спектроскопія. (Розділ 8.4.1 [4] або Розділ 10.7.2 [5].)

5. Електромагнітний відгук. (Розділ 7 [2]. Розділ 3.4 [3].)

   (a) Визначення ядра електромагнітного відгуку та його основні властивості пов'язані зі збереженням струму та калібрувальною симетрією. (Розділ 7.4 of [2].)

   (b) Загальний вираз для електромагнітного відгуку. Діамагнітний та парамагнітний члени. (Розділ 7.4 of [2].)

   (c) Електромагнітний відгук у випадку системи на гратці.

   (d) Зв'язок між електричною провідністю та ядром електромагнітного відгуку. (Розділ 7.4 of [2].)

   (e) Електромагнітний відгук надпровідника. Нагадування про теорію братів Лондонів.

   (f) Розбиття ядра електромагнітного відгуку на повздовжню та поперечну частини. Наслідки калібровочної інваріантності. Правило сум для оптичної провідності. (Розділи 3.4.1 та 3.4.2 [3].)

   (g) Орбітальна магнітна сприятливість. (Розділ 3.4.3 [3].)

   (h) Ізолятор, провідник чи метал? (По статті [14]).

   (i) Поздовжня провідність електронного газу. (Одержання піку Друде методом функцій Гріна.) (Розділ 7.4.1 of [2].)

II. Вступ до фізики графену.

1. Приклади двовимірних електронних систем: польові транзистори, напівпровідникові гетероструктури, графен. (Розділ 1.2 [9])

[1] **(–)** пропускаємо через війну.

2. Модель сильного зв'язку на квадратній гратці. Анзац Пайерлса.

3. Графен. Модель сильного зв'язку на гексагональній гратці.

   (a) Гамільтоніан графена. Анзац Пайерлса. Оператор струму та діамагнітний тензор.

   (b) Гамільтоніан графена у матричній (спінорній) формі. Енергетичний спектр графена.

   (c) Керування кількістю та типом носіїв у графені. Хімічний потенціал.

   (d) Енергія Зеємана у графені.

   (e) K-точки. Енергетичний спектр графена поблизу них.

4. Опис графену за допомогою квантової електродинаміки в 2+1 вимірі у континуальному наближенні.

   (a) Розклад гамільтоніана графену поблизу $K_{\pm}$-точок. Перехід від інтегрування по зоні Бріллюена до інтегрування по діраківським конусам.

   (b) Модель графена у діраківських позначеннях.

   (c) Взаємодія діраківських ферміонів у графені з електромагнітним полем.

   (d) Кулонівська взаємодія в графені.

   (e) Діраківська маса та її фізичний зміст у графені.

   (f) Кіральність та спіральність в діраківській теорії та їх зміст у випадку графена.

   (g) Операція обернення часу та її особливості у графені.

5. Фонони та флуктуації. Руйнування двовимірних та одновимірних кристалів тепловими флуктуаціями. (Розділ 3.6 [6] або [8] задача 38.) Існування графену.

III. Рівні Ландау. Графен у зовнішньому магнітному полі.

1. Квантування рівнів енергії вільного електрону у магнітному полі (3D параболічний закон дисперсії квазічастинок). (Розділ 10.2 [7].)

2. Одержання рівнів Ландау у нерелятивістській та релятивістській задачах у $2+1$-вимірі за допомогою сходинкових операторів народження і знищення. (Розділ 2.3 [9] див. також Додаток B).

3. Теорема Бора - ван Левен. ([20] с.270)

4. **(–)** Діамагнетизм Ландау (3D параболічний закон дисперсії квазічастинок). (Розділ 10.3 [7].)

5. Різниця між діраківськими гамільтоніанами двох незалежних K-точок. Діраківські рівні Ландау у присутності щілини у спектрі. (Розв'язок диференційного рівняння.)

6. **(–)** Діамагнетизм Ландау та електромагнітний відгук. (Розділ 5.5 [6], див. також задачу 62 б з [8].)

END of SEMESTER.
IV. Ефект де Гааза - ван Альфена.

1. Квазікласичне квантування енергетичних рівнів для вільного спектру. Умова Онзагера. (Розділ 10.4 [7].) Рівні Ландау у графені.

2. Ефект де Гааза - ван Альфена. Формула Ліфшиця-Косевича. (Розділ 10.5 [7].)

   (a) Одержання виразу для осцилюючої частини термодинамічного потенціалу.

   (b) Вираз для осцилюючої частини намагніченості та його порівняння з неосцилюючою частиною.

   (c) Аналіз формули Ліфшиця-Косевича. Приклад 3D електронного газу. Роль фази осциляцій. Намагніченість при високих температурах.

   (d) Роль розсіяння на домішках. Фактор Дінгла та температура Дінгла.

   (e) Умови спостереження магнітних осциляцій у металах, напівметалах та графені.

V. Рівні Ландау. Ефекти де Гааза - ван Альфена та Шубнікова - де Гааза. (Розділ 10 [7].)

1. Квантування рівнів енергії вільного електрону у магнітному полі. Ступінь виродження рівнів Ландау. (Розділ 10.2 [7].)

2. Одержання рівнів Ландау у нерелятивістській та релятивістській задачах у 2+1-вимірі за допомогою сходинкових операторів народження і знищення. (Розділ 2.3 [4], див. також Додаток B [4]).

3. Рівні Ландау у багатошаровому ABC графені. Низькоенергетичний ефективний розгляд. (Розділ 4 [18].)

4. Діамагнетизм Ландау. (Розділ 10.3 [7].)

5. Аномальна намагніченість 2+1-вимірних діраківських ферміонів. (Розгляд ‘a la Ландау, [17].)

6. Квазікласичне квантування енергетичних рівнів для вільного спектру. Умова Онзагера. (Розділ 10.4 [7].) Рівні Ландау у графені.

7. Ефект де Гааза - ван Альфена. Формула Ліфшиця-Косевича. (Розділ 10.5 [7].)

   (a) Квантові магнітні осциляції у 2D випадку при нульовій температурі. (Розділ 10.5 [7].)

   (b) Одержання виразу для осцилюючої частини термодинамічного потенціалу.

   (c) Вираз для осцилюючої частини намагніченості та його порівняння з неосцилюючою частиною.

   (d) Аналіз формули Ліфшиця-Косевича. Приклад 3D електронного газу. Роль фази осциляцій. Намагніченість при високих температурах.

   (e) Роль розсіяння на домішках. Фактор Дінгла та температура Дінгла.

8. Ефект Шубнікова - де Гааза. Історія відкриття. Розгляд за допомогою співвідношення Ейнштейна (Розділ 1.1.3 [9]). Роль фази осциляцій. Порівняння магнітних осциляцій у двовимірному електронному газі та графені.

9. Теорема Кона. (Розділ 10.6.4 [3].)

10. Рівні Ландау в обмеженій системі. Задача Теллера. Крайові стани. (По статті Heuser and Hajdu. Увага, формули (6) та (7) там містять помилки! Чи знайдете ви їх?)

VI. Теорія поля електронного газу з безладом. (Chapter 6.5 of [2].)

1. Безлад у металах та проблема його опису за допомогою функціонального інтегралу. Основна ідея методу реплік.

2. Теорія поля для реплік.

3. Основні поняття про розсіяння на домішках. Одержання електронної функції Гріна методом реплік.

4. Одержання функції Гріна усередненої по безладу. (По доповіді зробленій по Розділу 11 [4] (с.177-197 по неповній електр. версії) у паперовій це 12 розділ), або по задачі 50 з [8].)

VII. Квантовий ефект Холла (КЕХ) у двовимірній електронній рідині з параболічною дисперсією та графені. (В основному [9].)

1. Вступ до КЕХ.

   (a) Типова схема транспортних вимірів у магнітному полі.

   (b) Класичний ефект Холла. Опір та питомий опір. Класичний ефект Холла та трансляційна інваріантність.

   (c) Цілочисельний КЕХ у двовимірному електронному газі.

   (d) Цілочисельний КЕХ у графені.

   (e) Порівняння КЕХ у двовимірному електронному газі та графені на основі розв'язку задачі про осциляції ГС. (Положення мінімумів осциляцій відповідають плато у КЕХ.)

   (f) Дробовий КЕХ. Мобільність носіїв.

   (g) Приклади двовимірних електронних систем: Польові транзистори, напівпровідникові гетероструктури, графен.

2. Двовимірна електронна рідина у магнітному полі.

   (a) Основні гамільтоніани: нерелятивістський та діраківський.

   (b) Одержання рівнів Ландау у нерелятивістській та релятивістській задачах за допомогою сходинкових операторів народження і знищення.

   (c) Різниця між діраківськими гамільтоніанами двох незалежних K-точок. Діраківські рівні Ландау у присутності щілини у спектрі. (Розв'язок диференційного рівняння.)

(d) Експериментальне спостереження рівнів Ландау оптичними методами.

(e) Виродження рівнів Ландау у операторному формалізмі.

(f) Квазікласична інтерпретація виродження рівнів Ландау.

(g) Власні стани. Хвильові функції у симетричному калібруванні.

3. Цілочисельний КЕХ.

   (a) Рух електронів у зовнішньому електростатичному потенціалі. (i) Квазікласичний розгляд. (ii) Електростатичний потенціал з трансляційною інваріантністю.

   (b) Провідність одного рівня Ландау. Крайові стани.

   (c) Цілочисельний КЕХ та перколяція. Локалізовані та делокалізовані стани.

Список тем для доповідей.

1. Бозе-Ейнштейнівська конденсація у розріджених атомних газах у пастці (огляд [11]).

2. Фейманівські діаграми та зовнішні потенціали. (Розділ 11 [4] (с.177-197 по неповній електр. версії) у паперовій це 12).

3. Теорія Фермі рідини. (Розділ 14 (с.233-252 по неповній електр. версії) у паперовій це 15) [4].

4. Катастрофа ортогональності. (Задача 27 [8])

5. Формула (теорема) Бірса-Янга. (По статті Byers and Yang. Див. також підручник Imry (додаткова література) с. 65-69 та додаток С.)

6. Задача Теллера. Крайові стани та діамагнетизм Ландау підході Теллера. (По статті Heuser and Hajdu. Увага, формули (6) та (7) там містять помилки! Чи знайдете ви їх?)

7. Аргумент Лафліна (пояснення цілочисельного квантового ефекту Холла). (По огляду Park, але можна також використати практично будь-який підручник, де розглянуто квантовий ефект Холла.)

8. Холлівська провідність та число Черна (TKNN формула). (За лекціями David Tong `http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qhe.html` див. Розділ 2. The Integer Quantum Hall Effect.)

9. Ефект Ааронова-Бома та перетворення статистики (Розділ 15 з [12], по рос. виданню це – розділ 14).

10. Колапс рівнів Ландау для діраківських ферміонів. (PRL 98, 116802 (2007), J. Phys.: Condens. Matter 19, 406231 (2007).)

11. Транспорт у мезоскопічних системах. (Розділ 7 [4] (с.107-121 по неповній електр. версії), без “Disordered mesoscopic systems” у паперовій це теж 7 с. 103-120. Також корисна книга [10], с. 85.)

12. Нерівність Боголюбова. Теорема Hohenberg-Mermin-Wagner. (Доведення нерівності Боголюбова можна за Розділом 3.2.10 підручника [3]. З розгляду Hoheberg за статтею P.C. Hohenberg, "Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions", Phys. Rev., 158, 83 (1967). Для доповіді вистачить розглянути Розділ III зі статті. Це випадок Бозе газу.)

13. Спіновий струм (по статті [16]).

14. Kg defintion

References

[1] Е.В. Горбар, С.Г. Шарапов, *Основи фізики графену*, Київ, 2013.

[2] Alexander Altland and Ben Simons, *Condensed Matter Field Theory*, Cambridge University Press, 2006 (2nd edition 2010).

[3] G. Giuliani and G. Vignale, *Quantum theory of the electron liquid*, Cambridge University Press, 2005.

[4] H. Bruss and K. Flensberg, *Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics: An Introduction*, Oxford University Press, 2004.

[5] Piers Coleman, *Many Body Physics*, 2013; `http://www.physics.rutgers.edu/~coleman/mbody.html`

[6] М.В. Садовский, *Диаграмматика*, М.-Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2004.

[7] А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, 2е изд. М.: Физматлит, 2009.

[8] Л.С. Левитов, А.В. Шитов, *Функции Грина. Задачи с решениями*, 2е изд. Физматлит, 2002 и новое изд. МЦНМО, 2016.

[9] M.O. Goerbig, *Quantum Hall Effects*, Preprint arXiv:0909.1998

[10] В.Ф. Гантмахер, *Электроны в неупорядоченных средах*, 2е изд. М.: Физматлит, 2005.

[11] A.L. Fetter, J. Low Temp. Phys. **129**, 263 (2002).

[12] Alexei M. Tsvelik, *Quantum Field Theory in Condensed Matter Physics*, Cambridge University Press, 2003.

[13] Р. Пайерлс, *Сюрпризы в теоретической физике*, М.: Наука, 1988.

[14] D.J. Scalapino, S.R. White, and S. Zhang, Insulator, metal, or superconductor: The criteria, Phys. Rev. B **47**, 7995 (1993).

[15] L. Benfatto and S.G. Sharapov, Optical-conductivity sum rule in cuprates and unconventional charge density waves: a short review, Физ. Низк. Темп. (ФНТ) **32**, 700 (2006).

[16] P. Zhang, Z. Wang, J. Shi, D. Xiao, and Q. Niu, Phys. Rev. B **77**, 075304 (2008).

[17] S.G. Sharapov, J. Phys. A: Math. Theor. **48**, 365002 (2015).

[18] V.P. Gusynin, V.M. Loktev, I.A. Luk'yanchuk, S.G. Sharapov, and A.A. Varlamov, Quantum oscillations as the tool for study of new functional materials, Физ. Низк. Темп. (ФНТ) **40**, 355 (2014).

[19] Kerson Huang, *Bose–Einstein Condensation and Superfluidity*, pp. 31-50 in the book *Bose-Einstein Condensation*. Edited by A. Griffin, D. W. Snoke and S. Stringari.

[20] И.А. Квасников, Термодинамика и статистическая физика. Т.2: Теория равновесных систем: Статистическая физика. М. 2005.

Цікаві ресурси

This Demonstration shows the main features of the integral quantum Hall effect. `http://demonstrations.wolfram.com/IntegerQuantumHallEffect/`

Деякі інтернет ресурси з графену

Стаття у Вікіпедії: `http://en.wikipedia.org/wiki/Graphene`

Ресурси та новини з графена (у тому числі практичні застосування): `http://www.graphene-info.com/`

Nanotechnology Image Gallery: `http://www.ewels.info/img/science/`

Сторінка групи А.К. Геймa у Манчестері:
`http://onnes.ph.man.ac.uk/nano/`
На ній також викладені статті, які в Україні може бути важко одержати.

Сторінка групи Ф. Кіма з університету Колумбії (США):
`http://pico.phys.columbia.edu/`