

# Теорія надпровідності

## Quantum field theoretical methods in condensed matter theory

спецкурс для студентів 1 курсу магістрів (I семестр)

(версія 18 November 2024, russian WAR against UKRAINE)

Оновлена версія цього документа знаходиться тут  
<https://eduportal.kau.org.ua/course/view.php?id=421>

Лектор Сергій Шарапов

(докт. фіз.-мат. наук, старший дослідник, завідувач лабораторії  
ІТФ НАН України)

### План спецкурсу.

**I. Історія відкриття та досліджень надпровідності. Головна мета досліджень надпровідності. ([8, 2, 4])**

1. Основні експериментальні факти.

- (a) Електричний опір. Ідеальний провідник. “Провідна зірка” у дослідженнях надпровідності.
- (b) Ідеальний діамагнетизм. Різниця між ідеальним провідником та надпровідником. Критичне магнітне поле. Надпровідники I-го і II-го роду.
- (c) Квантування магнітного потоку.
- (d) Термодинамічні властивості.
- (e) Ізотопічний ефект.
- (f) Енергетична щілина.
- (g) Ефекти Джозефсона.

2. Магнітні властивості надпровідників.

- (a) Залежності  $B(H)$  та  $M(H)$  у тонкому циліндрі.
- (b) Критичний струм. Правило Сільсбі.
- (c) Проміжний стан.

**II. Ранні феноменологічні теорії надпровідності.**

1. Квантовий характер надпровідності. Теорема Бора - ван Левен.

2. Термодинамічний розгляд надпровідності.

- (a) Вільна енергія та потенціал Гіббса.
- (b) Ентропія. Більша впорядкованість НП стану.

- (c) Теплоємність. Формула Рутгерса. Скрита теплота НП переходу.
3. Дворідинна модель Гортера-Казіміра.
  4. Комплексна провідність у дворідинному наближенні.
  5. Теорія братів (Фріца та Хайнца) Лондонів.
    - (a) Рівняння Лондонів. Роль другого рівняння.
    - (b) Розв'язок рівнянь Лондонів для бруска. Теорема Шафрота. ([17])
    - (c) Залежність глибини проникнення від температури  $\lambda(T)$ .
    - (d) Запис рівнянь Лондонів за допомогою векторного потенціалу  $\mathbf{A}$  та умова калібрування  $\mathbf{A}$ .
    - (e) Обґрунтування Ф. Лондоном теорії братів Лондонів.
    - (f) Передбачення Ф. Лондоном квантування магнітного потоку у НП.
  6. Пішпардівське нелокальне узагальнення теорії Лондонів. Довжина когерентності. Поверхнева енергія. Різниця між НП I- та II-родів.

### III. Мікроскопічна теорія надпровідності. ([1] .)

1. Пряма взаємодія між електронами як результат обміну фононами. ([5] стр. 78, 79, 110, 111)
  - (a) Електрон-іонний гамільтоніан.
  - (b) Гамільтоніан системи електронів в представленні вторинного квантування.
  - (c) Гамільтоніан системи фононів в представленні вторинного квантування.
  - (d) Гамільтоніан електрон-фононої взаємодії в представленні вторинного квантування. Поява притягання між електронами в результаті обміну віртуальними фононами. Ефективний чотирьохферміонний гамільтоніан із притяганням. (Метод канонічного перетворення описаний у [10].)
2. Феномен Купера. ([2])
  - (a) Енергія зв'язку куперівської пари.
  - (b) Розмір куперівської пари.
  - (c) Феномен Купера при ненульовому орбітальному моменті.
  - (d) Залежність енергії зв'язку куперівської пари від імпульсу її центра мас.
3. Модель Бардіна-Купера-Шріффера (БКШ). ([1])
  - (a) Редукований Гамільтоніан. Роботи М.М. Боголюбова з його обґрунтування.
  - (b) Основний стан в теорії БКШ.
  - (c) Варіаційний метод.
  - (d) Квазічастинкові збудження, фізичний зміст величин  $\Delta$  та  $E_p$ . ([2])

- (e) Критерій Ландау надплинності-надпровідності.
- (f) Різниця між щільною у надпровіднику та ізоляторі.
- (g) Знаходження енергії основного стану у моделі БКШ.

4. Розв'язок моделі БКШ за допомогою метода Боголюбова. ([1])

- (a) Майже ідеальний бозе газ. Розгляд методом канонічного перетворення Боголюбова. ([13] §45 (с. 123 - 126).
- (b) Апроксимуючий гамільтоніан Боголюбова.
- (c) Канонічне перетворення Боголюбова.
- (d) Енергія квазічастинкових збуджень та енергетична щільність.
- (e) Властивості операторів  $\gamma_{ks}$ . Експериментальне спостереження боголюбівських квазічастинок.
- (f) Густина станів.

5. Модель БКШ у випадку ненульових температур.

- (a) Рівняння для щільності при скінченій температурі.
- (b) Критична температура в теорії БКШ.
- (c) Залежність енергетичної щільності від температури у моделі БКШ.
- (d) Врахування кулонівської взаємодії. Одержання узагальнення формули БКШ для критичної температури. Логарифм Толмачева. Відхилення від залежності  $T_c = M^{-1/2}$  в ізотопічному ефекті. Формула Аллена-Дайнса. ([11] с. 128 -131, [16] с. 190-194)
- (e) Термодинамічні величини.
- (f) Ефект Мейсснера у теорії БКШ (результат, без викладок).

**IV. Дослідження надпровідності методом функціонального інтегрування.**  
(Огляд [6], с. 16-19, 109-111.)

1. Вступ до функціонального інтегрування у квантовій статистичній механіці. (Розділ 4.2 [19]) Запис статистичної суми у термінах функціонального інтегралу. (Для ознайомлення.)
2. Змінні (спінори) Намбу.
3. Перетворення Хаббарда-Стратоновича.
4. Ефективний термодинамічний потенціал та ферміонна функція Гріна у представленні Намбу-Горькова.
5. Обчислення термодинамічного потенціалу. (Огляд [6], Додаток А, с. 109-111.)
6. Рівняння для щільності як умова мінімуму термодинамічного потенціалу.

**V. Теорія Гінзбурга-Ландау (ГЛ). (Частина 2 [7]. )**

1. Теорія Ландау фазових переходів другого роду. Розклад термодинамічного потенціалу. (§143 [12].)
2. Вільна енергія та рівняння ГЛ. Зв'язок теорії ГЛ з теорією братів Лондонів та мікроскопічною теорією. Граничні умови у теорії ГЛ.
3. Рівняння ГЛ у безрозмірному вигляді. ([3] с.62, р.50)
4. Дві характерні довжини у теорії Гінзбурга-Ландау (ГЛ) - довжина когерентності  $\xi(T)$  та глибина проникнення  $\lambda(T)$ .
5. Градієнтна інваріантність теорії ГЛ. ([3] с.63-64, р. 51-52)
6. Параметр  $\kappa(T)$  та рід надпровідності.
7. Умови застосування теорії ГЛ. Параметр Гінзбурга.

### Задачі.

Курс супроводжується розв'язком задач студентами. (Для заліку зробити задачу 9 або 10.)

1. з [3] §2.1 (с.11–13, магнітні властивості надпровідників I роду) (задача 2.1).
2. Одержання іншої форми 2го рівняння Лондонів варіаційним методом §5.2 з [3] (с.29-31) (зверніть увагу на різнобій у позначеннях для напруженості істинного магнітного поля в літературі), також порівняйте це рівняння зі статичним рівнянням Прока.
3. §9.2 (пластина зі струмом с. 40 – 41).
4. §9.3 (пластина зі струмом у однорідному повздовжньому полі с. 41 – 42).
5. Ландау, т.3 §45 (задача 2 про зв'язані стани у 2D).
6. §38.2 [3] (с. 177 – 178, густина станів у НП);
7. §43 з книги [3] (заряд квазічастинки у НП с. 198 - 201).
8. Вивести асимптотику енергетичної щільності біля критичної температури. Рівняння (16.33) з книги [9] додаткового списку літератури.
9. Ефект близькості §15.2 з книги [3] с. 67 – 70.
10. Одержання критичного поля  $H_{c2}$  [1] Розділ 4.8 р. 134.

## References

- [1] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity: Second Edition*, McGraw-Hill, Inc, 1996.
- [2] J.R. Schrieffer, *Theory Of Superconductivity*, Advanced Book Classics, 1999.  
Дж. Шриффер, *Теорія сверхпроводимости*, М.: Наука, 1970.

- [3] V.V. Schmidt, *The Physics of Superconductors Introduction to Fundamentals and Applications*, Springer, 1997.  
В.В. Шмидт, *Введение в физику сверхпроводников*, Физматгиз, 1982.
- [4] В.М. Локтєв, *Лекції з фізики надпровідності*, Київ, 2008. [http://bitp.kiev.ua/files/doc/lectures/lecture\\_01.pdf](http://bitp.kiev.ua/files/doc/lectures/lecture_01.pdf)
- [5] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, М., 1962.
- [6] V.M. Loktev, R.M. Quick, and S.G. Sharapov, *Phase Fluctuations and Pseudogap Phenomena*, Phys. Rep. **349**, 1-123 (2001). Огляд можна скачати на сайті <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0012082>
- [7] Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас, *Сверхпроводимость второго рода*, М.: Мир, 1970.  
**Додаткова.**
- [8] А. Роуз-инс, Е. Родерик, *Введение в физику сверхпроводимости*, М.: Мир, 1972.
- [9] А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, 2е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2009. (Або перше видання 1987 року.)
- [10] А.В. Свидзинский, *Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости*, М.: Наука, 1982.
- [11] П.Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, 1968.
- [12] Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц, *Том 5 Статистическая физика Часть 1*, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
- [13] Е.М.Лифшиц и Л.П. Питаевский, *Том 9 Статистическая физика Часть 2*, М.: 1978.
- [14] А.А. Варламов, А.И. Ларкин, *Теория флуктуаций в сверхпроводниках*, М.: Добросвет, КДУ, 2007.
- [15] А.С. Давыдов, *Высокотемпературная сверхпроводимость*, Наукова думка, 1990.
- [16] М.В. Садовский, *Лекции по статистической физике*, М.-Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2003.
- [17] J.M. Blatt, *Theory of Superconductivity*, Academic Press, New York, 1964.
- [18] Д.Я. Петрина, *Математические основы квантовой статистической механики. Непрерывные системы*, НАН Украины, Ин-т математики. - Киев, 1995. - 448с.
- [19] Alexander Altland and Ben Simons, *Condensed Matter Field Theory*, Cambridge University Press, 2006 (2nd edition 2010).

## Цікаві ресурси

## References

[1] [www.superconductors.org](http://www.superconductors.org)

[2] [www.webelements.com](http://www.webelements.com)